

**EF2 : MATHÉMATIQUES II**

Durée : 1 heure

Coefficient : 1

**ÉPREUVE FACULTATIVE**

**Le (la) candidat (e) doit traiter tous les exercices.**

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices est autorisé.

Le formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

**EXERCICE N° 1****(10 points)**

- 1) Calculer la valeur exacte de l'intégrale  $I = \int_0^{0,1} t e^t dt$ , à l'aide d'une intégration par parties.
- 2) Donner le développement limité d'ordre 2 de  $e^t$  au voisinage de 0. En déduire le développement limité d'ordre 3 de  $t e^t$  au voisinage de 0, que l'on écrira sous la forme  $p(t) + t^3 \varepsilon(t)$  avec  $\lim_{t \rightarrow 0} \varepsilon(t) = 0$ .
- 3) Calculer la valeur exacte de l'intégrale  $J = \int_0^{0,1} p(t) dt$ .
- 4) Le nombre  $|I - J|$  est-il inférieur ou égal à  $10^{-3}$  ?

**EXERCICE N° 2****(10 points)**

Monsieur A se fait livrer, par un marchand de bois, des bûches de 50 cm de long, en très grande quantité. Il désire contrôler à l'aide d'un test bilatéral si la longueur moyenne  $m$  des bûches livrées est bien égale à 50 cm.

Pour cela, il mesure les longueurs de 100 bûches prises au hasard et avec remise dans le stock qui lui a été livré et il calcule la moyenne des longueurs des bûches de l'échantillon ainsi constitué.

On admet que la variable aléatoire  $\bar{X}$  qui, à tout échantillon de 100 bûches prises au hasard et avec remise dans le stock livré, associe la moyenne des longueurs des bûches de l'échantillon, suit une loi normale de paramètres  $m$  et  $\frac{\sigma}{\sqrt{100}}$  où  $m$  et  $\sigma$  sont respectivement la moyenne et l'écart type des longueurs des bûches livrées.

Par expérience, Monsieur A a établi que  $\sigma = 5$  cm.

- 1) Construire un test bilatéral permettant d'accepter ou de refuser, au seuil de signification de 5 %, l'hypothèse selon laquelle la longueur moyenne  $m$  des bûches livrées est 50 cm :
  - écrire l'hypothèse nulle  $H_0$  et l'hypothèse alternative ;
  - déterminer la région critique ;
  - énoncer la règle de décision.
  
- 2) Monsieur A a trouvé que la moyenne des longueurs des bûches de l'échantillon est  $\bar{x} = 49,2$  cm. Utiliser le test avec ce résultat et conclure.