

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

INFORMATIQUE DE GESTION

Options : - Développeur d'applications
- Administrateur de réseaux locaux d'entreprise

SESSION 2011

SUJET

ÉPREUVE EF2 – MATHÉMATIQUES I

Durée : 1 heure

coefficient : 1

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 :

« Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.

Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits ».

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet. Il comprend :

- **2 pages numérotées de la page 1/2 à 2/2.**
- **le formulaire de mathématiques composé de 4 pages.**

Exercice 1 (12 points)

1. Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = e^{2x}$, où y est une fonction de la variable réelle x qui est définie et dérivable sur \mathbf{R} .

- Résoudre l'équation différentielle sans second membre (E_0) : $y' - 2y = 0$.
- Montrer que la fonction u définie pour tout réel x par : $u(x) = x e^{2x}$, est une solution particulière de l'équation (E).
- En déduire la solution générale de (E).
- Déterminer la solution particulière g de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale $g(0) = 1$.

2. Développement limité d'une fonction

Soit f la fonction définie pour tout réel x par : $f(x) = (x+1)e^{2x}$.

- Donner le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 de e^{2x} .
- En déduire le développement limité à l'ordre 2 de la fonction f au voisinage de 0.
- Déterminer une équation de la tangente à la représentation graphique de la fonction f au point A de coordonnées $(0 ; 1)$.

Exercice 2 (8 points)

Dans cet exercice, les probabilités seront arrondies au centième et les durées seront arrondies au jour.

Une entreprise est spécialisée dans la réparation de matériel audiovisuel dont certains composants sont très fragiles. Elle souhaite proposer à ses clients une période de garantie, après réparation d'un composant défaillant. Une étude a été menée portant sur la fiabilité des composants après ce type de réparation. Cette étude montre que la moyenne des durées de bon fonctionnement d'un composant après réparation est de 500 jours.

On admet que la durée de bon fonctionnement X des appareils après réparation, exprimée en jour, est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle.

- Montrer que le paramètre de cette loi est $\lambda = 0,002$.
- Calculer la probabilité pour qu'un appareil n'ait pas de défaillance au cours de l'année qui suit la réparation. (On considèrera qu'une année compte 365 jours.)
- Calculer la probabilité pour qu'un appareil tombe en panne au cours des deux années suivant la réparation.
- L'entreprise décide de limiter à 6 % des appareils réparés la possibilité de retour sous garantie. Quelle période de garantie doit-elle alors proposer après une réparation ?