

CORRIGÉ DE L'EXERCICE II

ÉPREUVE FACULTATIVE - SUJET NATIONAL - SESSION 2001

Exercice II

1) La durée de vie moyenne d'un panneau de type A est $E(X_A) = \frac{1}{\lambda_A} = \frac{1}{0,0125} = 80$ mois.

Pour un panneau de type B, on trouve $E(X_B) = \frac{1}{0,01} = 100$ mois.

2) La probabilité pour qu'au bout de 96 mois, les deux panneaux fonctionnent encore est :

$$\begin{aligned} P((X_A > 96) \cap (X_B > 96)) &= P(X_A > 96) \times P(X_B > 96) \quad (\text{car les deux variables sont indépendantes}) \\ &= e^{-0,0125 \times 96} \times e^{-0,01 \times 96} = 0,115 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.} \end{aligned}$$

3)a) L'écart type de la v.a. qui à un panneau associe son rendement est estimé par : $\sigma_e = 12 \times \sqrt{\frac{37}{36}} = 12,17$.

Donc l'écart type de Z est estimé par : $\sigma_Z = \frac{\sigma_e}{\sqrt{36}} = \frac{12,17}{\sqrt{36}} = 2$ à 10^{-2} près.

3)b) Avec l'hypothèse H_0 , on peut estimer que Z suit la loi $N(60; 2)$.

On construit un intervalle centré sur la valeur 60 grâce à :

$$\begin{aligned} P(60 - a \leq Z \leq 60 + a) &= 0,95 \\ \Leftrightarrow P\left(\frac{60 - a - 60}{2} \leq Z^* \leq \frac{60 + a - 60}{2}\right) &= 0,95. \\ \Leftrightarrow P\left(\frac{-a}{2} \leq Z^* \leq \frac{a}{2}\right) &= 0,95. \\ \Leftrightarrow 2\Pi\left(\frac{a}{2}\right) - 1 &= 0,95 \end{aligned}$$

La table donne $\frac{a}{2} = 1,96$;

D'où : $a = 3,92$

$$60 - a = 56,08$$

alors :

$$60 + a = 63,92$$

Donc : $P(56,08 \leq Z \leq 63,92) = 0,95$.

- **Enonçons la règle de décision** : on accepte l'hypothèse H_0 si et seulement si la moyenne de l'échantillon est comprise dans l'intervalle $[56,08 ; 63,92]$. Sinon, on rejette l'hypothèse H_0 .
- **Test d'hypothèse** : le rendement moyen de l'échantillon prélevé vaut 57, il appartient à l'intervalle $[56,08 ; 63,92]$, on admet l'hypothèse H_0 .

La société ECOLUX est fondée pour affirmer que le rendement de ses panneaux de type A est en pourcentage de 60 %.

PS1 : Ne focalisez pas sur cet exercice plus que sur les autres exercices.

PS2 : Bon courage !