

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE FACULTATIVE - SUJET NATIONAL - SESSION 2001

	Question	Correction	Barème proposé
Exercice I	1)	$u_0 = [e^x]_0^1 = e - 1$ et $u_1 = [x \times e^x - e^x]_0^1 = 1$ (après une intégration par parties pour le deuxième calcul).	2
	2)	Posons, pour le calcul de u_n : $\begin{cases} u(x) = x^n \\ v'(x) = e^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(x) = n \times x^{n-1} \\ v(x) = e^x \end{cases}$, on obtient : $u_n = [x^n e^x]_0^1 - n \int_0^1 x^{n-1} \times e^x dx = e - n \times u_{n-1}$.	1 3
	3)	$n = 2$: l'égalité (1) devient $u_2 = e - 2u_1 = e - 2(1) = e - 2$. $n = 3$: l'égalité (1) devient $u_3 = e - 3(e - 2) = 6 - 2e$. $n = 4$: l'égalité (1) devient $u_4 = e - 4(6 - 2e) = 9e - 24$.	3
Exercice II	1)	La durée de vie moyenne d'un panneau de type A est $E(X_A) = \frac{1}{\lambda_A} = \frac{1}{0,0125} = 80$ mois. Pour un panneau de type B, on trouve $E(X_B) = \frac{1}{0,01} = 100$ mois.	1 1
	2)	Les deux variables étant indépendantes : la probabilité pour qu'au bout de 96 mois, les deux panneaux fonctionnent encore est : $P((X_A > 96) \text{ et } (X_B > 96)) = P(X_A > 96) \times P(X_B > 96)$ $= e^{-0,0125 \times 96} \times e^{-0,01 \times 96} = 0,115 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$	3
	3)a)	L'écart type de l'échantillon étant égal à 12, on estime celui de la variable « rendement moyen » \bar{R} à $\frac{\sigma}{\sqrt{37}}$, avec σ estimé à : $12 \times \sqrt{\frac{37}{36}} = 12,17$. On trouve : $\frac{\sigma}{\sqrt{37}} = 2 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$ Avec l'hypothèse H_0 , on peut estimer que \bar{R} suit la loi $n(60; 2)$.	0,5 1 0,5
3)b)	Avec l'hypothèse H_0 , on peut estimer que \bar{R} suit la loi $n(60; 2)$. On cherche l'intervalle $[a; b]$ tel que : $P(a \leq \bar{R} \leq b) = 0,95 \Leftrightarrow P\left(\frac{a-60}{2} \leq T \leq \frac{b-60}{2}\right) = 0,95$. On a donc (puisque $2\Pi(t) - 1 = 0,95 \Leftrightarrow t = 1,96$) : $\frac{b-60}{2} = \frac{60-a}{2} = 1,96$. On trouve : $a = 56,08$ et $b = 63,92$. <ul style="list-style-type: none">▪ Enonçons la règle de décision : on accepte l'hypothèse H_0 si et seulement si la moyenne de l'échantillon est comprise dans l'intervalle $[56,08; 63,92]$. Sinon, on rejette l'hypothèse H_0.▪ Test d'hypothèse : le rendement moyen de l'échantillon prélevé appartient à l'intervalle $(56,08 < 57 < 63,92)$, on admet l'hypothèse H_0. La société ECOLUX est fondée pour affirmer que le rendement de ses panneaux de type A est en pourcentage de 60 %.	1 2 1	