

**CORRIGE DU SUJET : B BTS INFORMATIQUE DE GESTION SESSION 2002
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES EF2**

	Question	Correction	Barème proposé
Exercice I			
	1)	$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + x^2 \varepsilon_1(x) \text{ avec } \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon_1(x) = 0 \text{ (l'ordre 2 suffit).}$ $e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2} + x^2 \varepsilon_2(x) \text{ avec } \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon_2(x) = 0$ <p>On en déduit :</p> $f(x) = x(2 + x^2 + x^2 \varepsilon(x))$ $= 2x + x^3 + x^3 \varepsilon(x), \text{ avec } \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$	3
	2)	<p>Posons, pour le calcul de I : $\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^x + e^{-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = e^x - e^{-x} \end{cases}$, on obtient :</p> $I = \left[(e^x - e^{-x}) \times x \right]_0^1 - \int_0^1 (e^x - e^{-x}) dx = \left[(e^x - e^{-x}) \times x - e^x - e^{-x} \right]_0^1 = 2 - \frac{2}{e}.$	3
	3)	$J = \left[x^2 + \frac{x^4}{4} \right]_0^1 = \frac{5}{4}.$	2,5
	4)	$ I - J = \left 2 - \frac{2}{e} - \frac{5}{4} \right = 0,014 \text{ à } 10^{-3} \text{ près. On a bien } I - J < 0,02.$	1,5
Exercice II			
	1)	La MTBF est $\frac{1}{\lambda}$, avec ici $\lambda = 0,0125$. La MTBF est donc égale à 80 jours.	2
	2)	La probabilité demandée est donnée par : $P(X > 60) = R(60) = e^{-0,0125 \times 60} = e^{-0,75} = 0,472$ (valeur arrondie à 10^{-3} près).	2
	3)	$R(t) < 0,1 \Leftrightarrow e^{-0,0125t} < 0,1 \Leftrightarrow -0,0125t < \ln 0,1 \Leftrightarrow t > \frac{\ln 10}{0,0125}.$ $\frac{\ln 10}{0,0125} \approx 184,2$: la fiabilité deviendra inférieure à 0,1 à partir de 185 jours.	3
	4)	Le dispositif est encore opérationnel au bout de 60 jours si $F \geq 3$. $P(F \geq 3) = P(F = 3) + P(F = 4) = C_4^3 (0,47)^3 \times (0,53)^1 + C_4^4 (0,47)^4 \times (0,53)^0 = 0,269.$	3