CORRIGE DU SUJET : D BTS INFORMATIQUE DE GESTION SESSION 2003 EPREUVE DE MATHEMATIQUES EF2			
	Question	Correction	Barème proposé

Exercice I	1)a)	Calculons $1-\frac{1}{x+2}=\frac{(x+2)-1}{x+2}=\frac{x+1}{x+2}=g(x)$. On a : $\forall x \geq 0, \quad g(x)=1-\frac{1}{x+2}$.	1
	1)b)	Avec l'égalité précédente : $G(x)=x-\ln(x+2)$: G est ainsi une primitive de g, à une constante près, sur l'intervalle $[0,+\infty[$.	2
	1)c)	Soit (E') l'équation différentielle : $(x+2)y'+(x+1)y=0, \quad x \geq 0$. Soit y une fonction qui ne s'annule jamais pour $x \geq 0$. y est solution de $(E') \Leftrightarrow \frac{y'}{y}=-\frac{x+1}{x+2}=-1+\frac{1}{x+2} \Leftrightarrow \ln\left\|\frac{y}{C}\right\|=-x+\ln(x+2)$ y est solution de $(E') \Leftrightarrow \frac{y}{C}=\mathrm{e}^{-x+\ln(x+2)} \Leftrightarrow y=C(x+2)\mathrm{e}^{-x}$. La solution générale de l'équation (E') est donc de la forme : $y_{E'}=C(x+2)\mathrm{e}^{-x}$, $x \geq 0$. C étant une constante réelle arbitraire.	3
	2)	Calculons : $(x+2)\varphi'(x)+(x+1)\varphi(x)=(x+2)\left[-\mathrm{e}^{-x}\right]+(x+1)\mathrm{e}^{-x}=(-x-2+x+1)\mathrm{e}^{-x}=-\mathrm{e}^{-x}$. Donc $(x+2)\varphi'(x)+(x+1)\varphi(x)=(-x-2+x+1)\mathrm{e}^{-x}=-\mathrm{e}^{-x}$. La fonction $\varphi : x \rightarrow \mathrm{e}^{-x}$ est donc solution de l'équation différentielle (E).	1
	3)	La solution générale de (E) est la somme de l'équation générale de l'équation homogène associée (question 1)) et d'une solution particulière de l'équation complète (question 2)). La solution générale de (E) est donc la fonction définie, sur l'intervalle $[0,+\infty[$, par : $f(x)=C(x+2)\mathrm{e}^{-x}+\mathrm{e}^{-x}$, $C \in \mathbb{R}$ ou encore $f(x)=\mathrm{e}^{-x}\left[C(x+2)+1\right], \quad C \in \mathbb{R}, x \geq 0$.	3

Exercice II			
	1)	Soit R_1 (respectivement R_2) la fonction de fiabilité associée à la variable T_1 (respectivement associée à T_2). On a donc : $R_1(t)=\mathrm{P}\ (T_1>t)=\mathrm{e}^{-\lambda_1 t}=\mathrm{e}^{-0{,}0011t}$. On a aussi : $R_2(t)=\mathrm{P}\ (T_2>t)=\mathrm{e}^{-\lambda_2 t}=\mathrm{e}^{-0{,}0008t}$. La probabilité qu'un composant de type A soit encore en état de marche après 1000 heures est donnée par : $\mathrm{P}\ (T_1>1000)=\mathrm{e}^{-0{,}0011\times1000}=\mathrm{e}^{-1{,}1}=0{,}33$ valeur arrondie à 10^{-2} près. On a aussi pour un composant de type B : $\mathrm{P}\ (T_2>1000)=\mathrm{e}^{-0{,}0008\times1000}=\mathrm{e}^{-0{,}8}=0{,}45$ valeur arrondie à 10^{-2} près.	3
	2)	Le nombre d'heures, t, à partir duquel 70% des composants de type A ont leur première défaillance correspond au nombre d'heures, t, pour lequel 30 % des composants de type A n'ont pas encore de défaillance. On recherche donc t, tel que : $R_1(t)=0{,}3 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{-0{,}0011t}=0{,}3 \Leftrightarrow t=\frac{\ln10-\ln3}{0{,}0011}=1094{,}5$ valeur décimale arrondie à 10^{-1} près. 70 % des composants de type A ont leur première défaillance à partir, approximativement, de la 1095 ème heure.	2

----

	3)	Pour un montage en parallèle de plusieurs composants, la fonction de défaillance est le produit des fonctions de défaillance. Notons *F* la fonction de défaillance du système en parallèle constitué de deux composants de type A : $F(t) = \left(1 - R_1(t)\right)^2 = \left(1 - \mathrm{e}^{-0,0011t}\right)^2$. La probabilité que ce système connaise sa première panne avant 100 heures de fonctionnement est donnée par : $F(1000) = \left(1 - \mathrm{e}^{-0,0011 \times 1000}\right)^2 = \left(1 - \mathrm{e}^{-1,1}\right)^2 = 0,45$ valeur décimale arrondie à 10^{-2} près.	2,5
	4)	La fonction de fiabilité d'un montage en série est le produit des fonctions de fiabilité des composants de ce montage. Pour le système associant en série un composant de type A et un composant de type B, la fonction de fiabilité est donc donnée par : $R(t) = R_1(t) \times R_2(t) = \mathrm{e}^{-0,0011t} \times \mathrm{e}^{-0,0008t} = \mathrm{e}^{-0,0019t}$. La probabilité que ce système en série fonctionne encore au-delà de 1000 heures est donnée par : $R(1000) = \mathrm{e}^{-0,0019 \times 1000} = \mathrm{e}^{-1,9} = 0,15$ valeur décimale arrondie à 10^{-2} près.	2,5