<table>
<tr><th colspan="4">CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE OBLIGATOIRE – SUJET NATIONAL – SESSION 2001</th></tr>
<tr><th></th><th>Question</th><th>Correction</th><th>Barème proposé</th></tr>
<tr><td>Exercice I</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>1)</td><td>On a : $h.\overline{a}=1 \Leftrightarrow h=1$ et $\overline{a}=1 \Leftrightarrow h=1$ et $a=0$.
Les individus correspondants sont donc les hommes âgés de moins de cinquante ans (strictement). Ce sont en fait les individus de la première catégorie.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>2)a)</td><td><table>
<tr><td></td><td colspan="2">h</td><td colspan="2">$\overline{h}$</td></tr>
<tr><td>a</td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$\overline{a}$</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>s</td><td colspan="2">$\overline{s}$</td><td>s</td></tr>
</table></td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>2)b)</td><td>On lit : $r=\overline{a}+\overline{h}+\overline{s}$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>2)c)</td><td>Les individus non concernés par le règlement correspondent à
$r=0$ ou $\overline{r}=1$, c'est-à-dire $ahs=1$.
On a donc $r=0 \Leftrightarrow a=1$ et $h=1$ et $s=1$.
Les individus non concernés sont donc les hommes (h = 1) salariés (s = 1) âgés d'au moins (au sens large) 50 ans.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>3)</td><td>$$\begin{aligned} r &= h.\overline{a}+\overline{s}.a+\overline{h}.s+\overline{h}.\overline{s}.\overline{a} \\ &= \left[\left(h.\overline{a}+h.\overline{a}.\overline{s}\right)+\overline{h}.\overline{s}.\overline{a}\right]+\overline{s}.a+\overline{h}.s \\ &= h.\overline{a}+\overline{a}.\overline{s}.\underbrace{\left(h+\overline{h}\right)}_{1}+\overline{s}.a+\overline{h}.s \\ &= h.\overline{a}+\overline{s}.\left(\underbrace{a+\overline{a}}_{1}\right)+\overline{h}.s \\ &= \overline{s}+\underbrace{\overline{s}.\overline{h}+\overline{h}.s}_{\overline{h}}+h.\overline{a} \\ &= \overline{s}+\overline{h}+\underbrace{\overline{h}.\overline{a}+h.\overline{a}}_{\overline{a}} \\ &= \overline{s}+\overline{h}+\overline{a} \end{aligned}$$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Exercice II</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>A)</td><td>$$\begin{cases} V(1)=10 \\ V(12)=61 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=B+10 \\ 12\times B\left(\sqrt{12}-1\right)=59 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=B+10 \\ B=\dfrac{59\left(\sqrt{12}+1\right)}{132} \end{cases}.$$
Les valeurs arrondies à 10^{-3} près sont : $A=11,995$ et $B=1,995$.
et à 10^{-2} près, on a : $A=12$ et $B=2$.</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td></td><td>B)1)</td><td>$V(x)=0 \Leftrightarrow x\left(12-2\sqrt{x}\right)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=36$.
La valeur 0 est exclue et finalement : $V(x)=0 \Leftrightarrow x=36$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>B)2)</td><td>$V'(x)=12-(2\times1,5)\sqrt{x}=3\left(4-\sqrt{x}\right)$.
$V'(x)$ est du signe de $\left(4-\sqrt{x}\right)$ et :
$V'(x)\geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}\leq 4 \Leftrightarrow x\leq 16$
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td></td><td>16</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$V'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td></td></tr>
<tr><td>$V(x)$</td><td>10</td><td>$\nearrow$</td><td>64</td><td>$\searrow$</td><td>$-\infty$</td></tr>
</table></td><td>1
0,5</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>B)3)</td><td><table><tr><td>x</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>24</td><td>28</td><td>32</td><td>36</td></tr><tr><td>$V(x)$</td><td>1</td><td>32</td><td>51</td><td>61</td><td>64</td><td>61</td><td>53</td><td>40</td><td>22</td><td>0</td></tr></table></td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Tracé de la courbe (voir ci-dessous)</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>C)1)</td><td>La fonction V est maximale pour $x = 16$ (mois). Janvier 2000 correspondant à $x = 1$, $x = 16$ correspond à avril 2001. Le nombre de jeux vendus ce mois-là correspond au maximum trouvé (en milliers) pour la fonction V, c'est-à-dire 64000 jeux vendus.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>C)2)</td><td>Il suffit de dessiner la droite d'équation $y = 10$ et de chercher son (deuxième) point d'intersection avec la courbe représentative de la fonction V. L'abscisse de ce point fournit le moment où la société arrête la production.
Graphiquement, on trouve $x = 35$, correspondant au dixième mois de l'année 2002, c'est-à-dire novembre 2002.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Exercice III</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>A)1)</td><td>On répète 300 fois, de manière indépendante, la même expérience, n'ayant que deux issues possibles :
▪ « l'ascenseur est en panne » avec une probabilité $p = \frac{1}{75}$
▪ « l'ascenseur n'est pas en panne » avec une probabilité $q = 1 - p$.
On reconnaît un schéma de Bernoulli, la variable X suit la loi binomiale $\mathcal{B}\left(300\,,\ \frac{1}{75}\right)$.</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>A)2)</td><td>La probabilité demandée correspond au calcul :
$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$
$= \frac{74}{75}^{300} + 300 \times \frac{1}{75} \times \left(\frac{74}{75}\right)^{299} = 0,09$ à 10^{-2} près.</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>B)1)</td><td>On sait que lorsqu'une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ est approchée par une variable aléatoire suivant la loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$, on a : $\lambda = n.p$
Avec $n = 300$ et $p = \frac{1}{75}$, on trouve $\lambda = \frac{300}{75} = 4$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>B)2)</td><td>On calcule $P(Y > 6) = 1 - \sum_{k=0}^{k=6} P(Y = k) = 1 - \mathrm{e}^{-4} \sum_{k=0}^{k=6} \frac{4^k}{k!} = 0,111$ à 10^{-3} près.</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>C)1)</td><td>$P(Z \leq 90) = P\left(\frac{Z - 70}{15} \leq 1,33\right) = \Pi(1,33) = 0,91$, valeur arrondie à 10^{-2} près.</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>C)2)</td><td>$p_5 = P(S > 500) = P\left(\frac{S - 350}{15\sqrt{5}} > \frac{500 - 350}{15\sqrt{5}}\right) = 1 - \Pi\left(2\sqrt{5}\right) = 0,000015$.
(avec une interpolation).
De même, $p_6 = P\left(\frac{S - 420}{15\sqrt{6}} > \frac{8\sqrt{6}}{9}\right) = 1 - \Pi\left(\frac{8\sqrt{6}}{9}\right) = 0,0146$.
Conclusion : les normes sont respectées avec 5 passagers, mais pas avec 6 passagers (puisque : $p_5 < 0,0001$ et $p_6 > 0,0001$.
Le nombre maximum d'usagers autorisés à emprunter simultanément l'ascenseur est donc égal à 5.</td><td>1
1
1</td></tr>
</table>

TRACE DE LA COURBE

QUESTION EXERCICE 2 : B)3)