CORRIGE DU SUJET : B BTS INFORMATIQUE DE GESTION SESSION 2002
EPREUVE DE MATHEMATIQUES E2

	Question	Correction	Barème proposé
Exercice I			
	1)a)	On a : $M \times A = \begin{pmatrix} 51 & 69 & 97 \\ 2140 & 2820 & 4050 \end{pmatrix}$.	1
	1)b)	Sur la première ligne : on lit le poids (en kg) de chaque article. Par exemple 69 est le poids en kg de l'article a_2. Sur la deuxième ligne, on lit les coûts unitaires (en euros). Par exemple, 4050 est le coût unitaire de l'article a_3.	1
	2)a)	On a : $A \times F = \begin{pmatrix} 197 \\ 149 \\ 206 \end{pmatrix}$. Chaque élément de cette matrice-unicolonne représente le nombre de modules correspondants nécessaires à la fabrication hebdomadaires de 8 articles a_1, de 12 articles a_2 et de 13 articles a_3. Par exemple, 197 est le nombre de modules de type m_1 à fournir pour cette fabrication hebdomadaire.	1
	2)b)	Le nombre maximum de modules d'un type donné pouvant être utilisé étant 200, l'usine ne peut répondre à la demande puisque celle-ci nécessite 206 modules de type m_3.	1
Exercice II			
	A	La probabilité de l'événement V_1 est égale à : $P(X \leq 80) = P\left(\frac{X-85}{15} \leq \frac{80-85}{15}\right) = \Pi\left(-\frac{1}{3}\right) = 1 - \Pi\left(\frac{1}{3}\right) = 0,371$ avec la précision demandée. On trouve de même : $P(V_2) = P(Y \leq 70) = P\left(\frac{Y-52}{8} \leq \frac{70-52}{8}\right) = \Pi(2,25) = 0,988.$	1 0,5
	B	$P(S1) = P(X > 80) = 1 - P(X \leq 80) = 1 - P(V_1) = 0,629.$ $P(S2) = P(Y > 70) = 1 - P(Y \leq 70) = 1 - P(V_2) = 0,012.$ $P(S) = P(S_1 \cup S_2) = P(X > 80 \text{ ou } Y > 70) = P\left(\overline{(X \leq 80) \cap (Y \leq 70)}\right)$ $P(S) = 1 - P((X \leq 80) \cap (Y \leq 70)).$ Comme les variables X et Y sont indépendantes : $P((X \leq 80) \cap (Y \leq 70)) = P(X \leq 80) \times P(Y \leq 70)$ et on a finalement : $P(S) = 0,633.$	0,5 0,5 1
	C)1)	Z = 419 X + 509 Y.	0,5
	C)2)	On sait que : E(Z) = 419 E(X) + 509 E(Y) = $419 \times 85 + 509 \times 52 = 62083$.	0,5
	C)3)	La probabilité demandée est égale à P(Z > 70000). P(Z > 70000) = 1 $- P\left(\frac{Z-62083}{7400} \leq \frac{70000-62083}{7400}\right) = 1 - \Pi\left(\frac{7917}{7400}\right) = 0,142.$	1
	C)4)	Il y a répétition du même processus six fois, de manière indépendante avec seulement deux issues possibles : • le mois est rentable avec une probabilité p égale à 0,142 • le mois n'est pas rentable avec une probabilité égale à $1 - p = 0,858$. R est une variable binomiale et suit la loi binomiale b (6 , 0,140).	1
	C)5)	On calcule : P(R $\geq$ 2). $P(R \geq 2) = 1 - P(R=0) - P(R=1) = 1 - C_6^0 \times 0,142^0 \times 0,858^6 - C_6^1 \times 0,142^1 \times 0,858^5$ D'où : P(R $\geq$ 2) = 0,205.	1,5

Exercice III			
	A)1)	$t'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}\times x^2-(1+\ln x)\times 2x}{x^4}=\dfrac{-1-2\ln x}{x^3}$. $t'(x)\geq 0 \Leftrightarrow -1-2\ln x\geq 0 \Leftrightarrow x\leq e^{-\frac{1}{2}}$. Or $e^{-\frac{1}{2}}<1$ donc sur $[1,+\infty[$, $t'(x)<0$. La fonction *t* est strictement décroissante sur l'intervalle $[1,+\infty[$.	1,5 0,5
	A)2)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{\ln x}{x^2}\right)=0$, la fonction logarithme népérien étant dominée par la fonction puissance en l'infini. On a donc : $\lim\limits_{x\to+\infty}t(x)=\dfrac{1}{200}$. Le temps de calcul ne peut pas descendre en dessous de $\dfrac{1}{200}$ seconde, quel que soit le nombre de processeurs installés.	0,5 0,5
	A)3)	$t(72)=0,006018$ $t(73)=0,005993$ Comme *t* est strictement décroissante sur $[1,+\infty[$, on a : $x\leq 72 : t(x)>0,006$ $x\geq 73 : t(x)<0,006$. Il faut installer 73 processeurs pour obtenir un temps de calcul inférieur à 6 millièmes de seconde.	0,5 0,5
	B)1)	$G'(x)=\dfrac{1}{2}\times 2\times(1+\ln x)\times\dfrac{1}{x}=\dfrac{(1+\ln x)}{x}$.	1
	B)2)	Une primitive *F* de *f* est donnée par : $F(x)=\dfrac{1}{400}x^2+G(x)=\dfrac{x^2}{400}+\dfrac{(1+\ln x)^2}{2}$. L'indice moyen vaut donc : $m=\dfrac{1}{255}\left[\dfrac{x^2}{400}+\dfrac{(1+\ln x)^2}{2}\right]_1^{256}=0,72$ à 10^{-2} près.	0,5 1
	B)3)	L'indice est minimal lorsque la fonction *f* est minimale. D'après la courbe représentative, ce minimum est obtenu pour *x* compris entre 20 et 30. Il suffit de calculer $f(p)$ pour $20\leq p\leq 30$. On trouve en particulier : $f(24)\approx 0,294086$ $f(25)\approx 0,293755$ $f(26)\approx 0,293773$ La fonction *f* est encore décroissante sur [24 , 25] et comme *f*(25) < *f*(26), le minimum de $f(x)$ pour les valeurs entières, *p* , de la variable réelle *x*, est obtenu pour *p*= 25. L'indice est minimal pour 25 processeurs.	1,5