BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR
INFORMATIQUE DE GESTION

SESSION 2011

CORRIGÉ

ÉPREUVE E2 - MATHÉMATIQUES I
Épreuve obligatoire

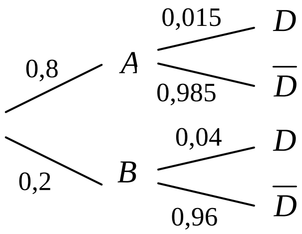
Durée : 3 heures **Coefficient : 2**

Le corrigé comporte 4 pages, numérotées de la page 1/3 à 3/3.

Exercice 1 (5 points)

Question 1 : réponse c.
Question 2 : réponse b.
Question 3 : réponse d.
Question 4 : réponse b.
Question 5 : réponse a.

Exercice 2 (8 points)

1. $P(A)=0,8$, $P(B)=0,2$, $P_A(D)=0,015$, $P_B(D)=0,04$.
2. 

3. $P(D)=P(D\cap A)+P(\overline{D}\cap A)=0,8\times 0,015+0,2\times 0,04=0,02$.
4. $P_D(A)=\dfrac{P(D\cap A)}{P(D)}=\dfrac{0,8\times 0,015}{0,02}=0,6$.

Partie B :

1. Le choix de chaque composant est assimilé à une expérience de Bernoulli, le succès étant lui-même assimilé à l'obtention d'un composant défectueux (probabilité 0,02). On répète cette expérience 150 fois, donc *X* suit la loi binomiale de paramètres $n=150$ et $p=0,02$.
2. $E(X)=150\times 0,02=3$, et $\sigma(X)=\sqrt{150\times 0,02\times 0,98}=\sqrt{2,94}\approx 1,715$.
3. $P(X=4)=C_{150}^{4}\times 0,02^4\times 0,98^{150}\approx 0,170$.
4. a) Le paramètre est égal à l'espérance de *Y* qui doit être égale à celle de *X*. D'où le choix.

   b) $P(Y>4)=1-\sum_{k=0}^{4}P(Y=k)\approx 0,185$.

Partie C

1. La variable binomiale a pour espérance $1500\times 0,02=30$ et pour écart-type $\sqrt{1500\times 0,02\times 0,98}=\sqrt{29,4}\approx 5,42$. D'où le choix.
2. La variable $T=\dfrac{Z-30}{5,42}$ suit la loi normale centrée réduite.

   Donc $P(Z\leq 20,5)=P(T\leq -\dfrac{9,5}{5,42})=1-\Pi(\dfrac{9,5}{5,42})\approx 0,040$.
3. $P(24,5\leq Z\leq 35,5)\approx P(-1,02\leq T\leq 1,02)$ et $P(-1,02\leq T\leq 1,02)=2\Pi(1,02)-1\approx 0,692$.
   La probabilité d'avoir entre 25 et 35 composants défectueux dans un lot est de 69,2%.

Exercice 3 (7 points)

Partie A

1. Les points du nuage ne sont pas alignés.
2. a)

x_i	15	20	25	30	35	40
$z_i = \ln y_i$	3,79	3,30	2,79	2,30	1,82	1,25

   b) $r \approx -1$.

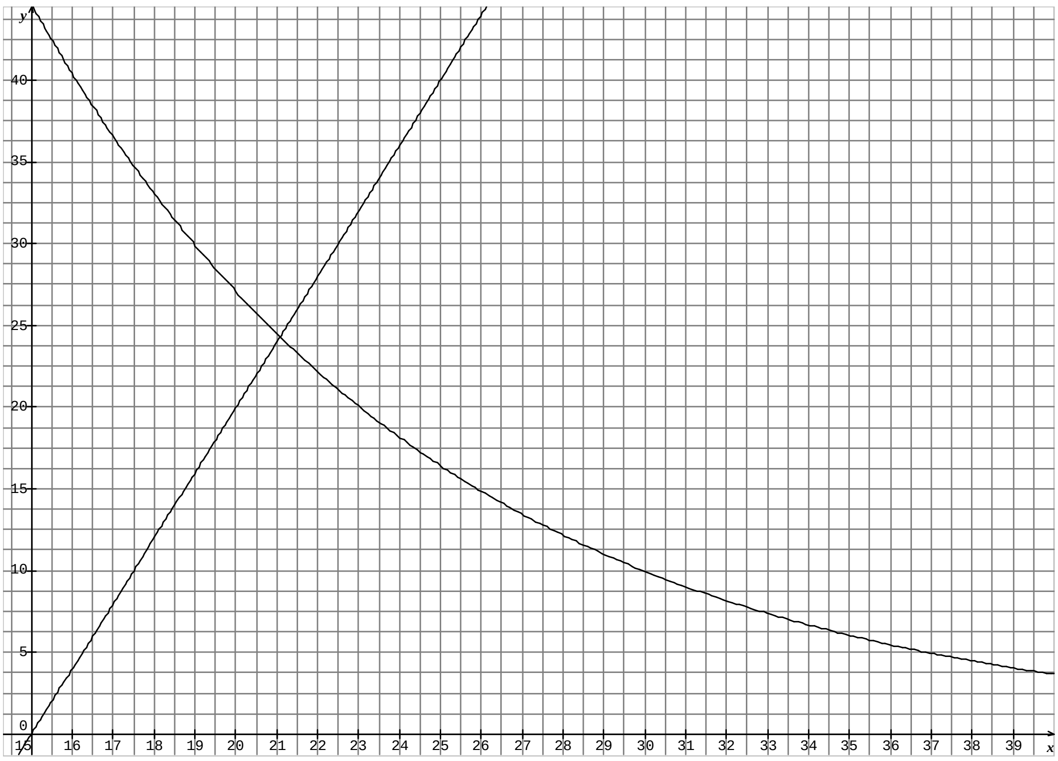
   c) $z = -0{,}1x + 5{,}3$.

   d) $y = 200\,\mathrm{e}^{-0{,}1x}$.

Partie B

1. Graphiquement, $f(23) \approx 20$. Au prix unitaire de 23 €, la demande est d'environ 20 000 appareils.
2. $f(x) \geq 9 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{-0{,}1x} \geq 0{,}045 \Leftrightarrow x \leq -10\ln(0{,}045) \approx 31{,}01$.
   La quantité est supérieure ou égale à 9000 si le prix unitaire x est situé dans l'intervalle [31 ; 40].

3. $f'(x) = -20\,e^{-0{,}1\,x} < 0$. Donc la fonction f est strictement décroissante sur [15 ; 40].
4.



5. a) Graphiquement, le prix d'équilibre est égal environ à 21 euros.
   b) $f(21) \approx 24{,}5$. Au prix d'équilibre, la demande est d'environ soit 24 500 appareils.
   c) Le bénéfice correspondant est égal à : $24\ 500 \times (21-10) = 269\ 500$ euros.
6. $\int_{15}^{21} f(x)\,\mathrm{d}x = \left[-2000\,\mathrm{e}^{-0{,}1x}\right]_{15}^{21} = 2000\left[\mathrm{e}^{-1{,}5} - \mathrm{e}^{-2{,}1}\right]$.