

**TABLEAU DES UNITÉS CONSTITUTIVES DU RÉFÉRENTIEL
DE CERTIFICATION**

Option « développeur d'applications »		Option « administrateur de réseaux locaux d'entreprise »	
Unités obligatoires		Unités obligatoires	
U1.1	Expression française	U1.1	Expression française
U1.2	Langue anglaise appliquée à l'informatique et à la gestion	U1.2	Langue anglaise appliquée à l'informatique et à la gestion
U2	Mathématiques I	U2	Mathématiques I
U3	Économie-Droit	U3	Économie-Droit
U4D	Conception et modélisation de systèmes d'information de gestion (compétences C21 à C28 du référentiel)	U4R	Organisation et évaluation de réseaux (compétences C11 à C17 du référentiel)
U5D	Développement d'applications de gestion (compétences C31 à C39 du référentiel)	U5R	Installation, administration et exploitation de réseaux (compétences C21 à C26, C31, C32, C34, C36 et C37 du référentiel)
U6D	Étude et mise en œuvre de solutions informatiques (compétences C11 à C16 et C41 à C47 du référentiel)	U6R	Étude et mise en œuvre de solutions informatiques réparties (compétences C18, C27, C33, C35 et C41 à C46 du référentiel)
Unités facultatives		Unités facultatives	
UF1	Langue vivante étrangère II	UF1	Langue vivante étrangère II
UF2	Mathématiques II	UF2	Mathématiques II

EXPRESSION FRANÇAISE

UNITÉ U1.1

L'enseignement du français dans les sections de techniciens supérieurs informatique de gestion se réfère aux dispositions de l'arrêté du 30 mars 1989 (B.O. n° 21 du 25 mai 1989) fixant les objectifs, les contenus de l'enseignement et le référentiel de capacités du domaine de l'expression française pour les brevets de technicien supérieur.

Objectifs et contenus

Le but de l'enseignement du français dans les sections de techniciens supérieurs est de rendre les étudiants aptes à une communication efficace dans la vie courante et dans la vie professionnelle.

Cette communication suppose la maîtrise d'un certain nombre de capacités et de techniques d'expression écrite et orale. Cette maîtrise suppose, à son tour, une connaissance suffisante de la langue (vocabulaire et syntaxe) et une aptitude à l'analyse et à la synthèse qui permette de saisir avec exactitude la pensée d'autrui et d'exprimer la sienne avec précision.

Au but ainsi défini doivent concourir les exercices variés que l'on peut pratiquer avec des étudiants : exposés oraux, analyse et résumé d'un texte, comparaison de textes plus ou moins convergents ou opposés, étude logique d'une argumentation, constitution et analyse d'une documentation, composition d'un essai à partir de textes ou de documents, rédaction d'une lettre, d'un rapport, d'un compte rendu ou d'une note, etc.

Le choix des textes et documents d'études est laissé à l'initiative du professeur qui s'inspirera des principes suivants :

– les textes et documents d'études seront adaptés au niveau et aux besoins des étudiants, le souci d'efficacité pédagogique passant avant toute autre considération. On choisira des textes, littéraires ou non littéraires, qui présentent les qualités de précision, de correction et de logique que l'on veut développer chez les élèves eux-mêmes. Si l'on est amené à utiliser des documents d'une forme contestable, on les soumettra à une critique appropriée ;

– le choix des textes s'inspirera du souci de développer la curiosité des étudiants dans le sens d'une culture générale ouverte sur les besoins et les problèmes du monde moderne, soit recherche désintéressée orientée vers la littérature et les arts, soit initiation à quelques problèmes psychologiques, moraux, sociaux, économiques de la société d'aujourd'hui. On évitera que cette initiation, qui devrait répondre aux questions posées par les élèves eux-mêmes, n'aboutisse à un cours magistral ;

– dans le choix des thèmes, textes et documents étudiés, comme dans celui des exercices faits en classe, le professeur tiendra compte de la vocation professionnelle de ses étudiants et de la nature des épreuves auxquelles ils doivent satisfaire dans le domaine technologique.

Capacités et techniques

Cette annexe se présente sous la forme d'un répertoire des capacités et des techniques dont la maîtrise constitue l'objectif de l'enseignement du français dans ces sections. Il comprend une analyse de certaines des compétences par lesquelles se caractérisent ces capacités et ces techniques, un recueil des situations dans lesquelles il est possible d'acquérir, d'exercer et d'évaluer ces compétences, un recensement de critères spécifiques d'évaluation.

La définition des capacités et des techniques résulte d'une analyse empirique mais largement éprouvée des activités de communication et d'expression. Il existe bien évidemment entre elles des recoupements et des interactions que l'enseignement doit naturellement prendre en compte.

Au surplus, les « compétences caractéristiques » ne recouvrent pas nécessairement toute l'étendue théorique du champ contenu dans l'intitulé de la capacité ou de la technique. Elles sont énumérées dans la perspective précise de l'enseignement du français dans les sections de techniciens supérieurs. Elles impliquent à la fois des savoirs et des savoir-faire.

Les situations proposées sont des situations de formation. Certaines d'entre elles peuvent servir de supports à une évaluation.

On y retrouvera aisément des exercices d'apprentissage et des types d'épreuves d'examen bien connus ; d'autres suggèrent des renouvellements.

Il est évident que les « situations possibles » ne constituent pas un catalogue exhaustif ou impératif. Elles ne définissent pas non plus un itinéraire obligé, mais il importe de rappeler qu'une progression bien étudiée ne suppose pas réalisables d'emblée les épreuves imposées pour la délivrance du diplôme et au niveau requis en fin de formation.

Ces situations se différencient selon l'importance des savoirs nécessaires et la complexité des compétences requises.

Beaucoup d'entre elles nécessitent la mise en œuvre de plusieurs capacités. Dans la pratique de la classe, il importe de préciser l'objectif qui leur est assigné et par conséquent la capacité dominante qui est visée ou évaluée.

Les critères d'évaluation ne préjugent pas de la forme que revêt l'évaluation. Ils sont applicables à des exercices d'apprentissage (évaluation formative), à des épreuves ponctuelles d'examen selon la réglementation en vigueur en formation initiale, à la délivrance d'unités capitalisables en formation continue. Ils ne sont pas tous également possibles ou utiles dans toutes les situations ; certains revêtent une importance particulière dans certaines sections.

Ainsi explicités, ces critères peuvent favoriser une évaluation objective et aboutir à une meilleure harmonisation des résultats.

En désignant des objectifs précis, en y associant des critères d'évaluation, ce référentiel peut orienter un parcours de formation.

Il offre aux formateurs et aux étudiants ou aux stagiaires les éléments d'un contrat.

Mais chaque professeur de français conserve la responsabilité de définir son projet, c'est-à-dire de déterminer des priorités, d'arrêter des choix et d'organiser une progression. Il prend en charge, pour sa discipline et selon les horaires dont il dispose, les exigences professionnelles propres aux sections où il enseigne et répond aux besoins recensés chez ses étudiants ou ses stagiaires. Il n'oublie pas que ceux-ci sont des citoyens et des hommes appelés à progresser et qui doivent continuer d'acquérir les moyens de la réflexion, de la communication et de l'action.

CAPACITÉ A

Communiquer oralement

Compétences caractéristiques

Être capable de :

1. Connaître et respecter les conditions préalables et indispensables à toute communication orale (attention, écoute, disponibilité, etc.).
2. Mémoriser et restituer par oral un message écrit ou oral.
3. Reformuler un message oral.
4. Se fixer un (ou des) objectif(s) et le (ou les) faire connaître.
5. Choisir, ordonner, structurer les éléments de son propre message.
6. Produire un message oral :
 - en fonction d'une situation de communication donnée ;
 - en respectant le sujet, les données du problème, le (ou les) objectif(s) fixés ;
 - en tenant compte du destinataire.
7. Recentrer le sujet de discussion ou le thème d'un débat.

Situations possibles

Auditoire familier ou non

1. Avec ou sans support présent :

- 1.1. formulation de consignes
- 1.2. questionnement à des fins d'information
- 1.3. communication téléphonique
- 1.4. entretien
- 1.5. réponse argumentée à une demande
- 1.6. restitution d'un message, reformulation personnalisée d'un message
- 1.7. prise de parole
- 1.8. exposé bref, entretien, préparés en temps limité ; exposé (seul ou à plusieurs)
- 1.9. débat

2. Avec support présent :

- 2.1. commentaire d'images isolées ou en suite
- 2.2. commentaire de documents non textuels (organigramme, tableau de statistiques, schéma, graphique, diagramme, etc.)
- 2.3. revue de presse
- 2.4. rapport
- 2.5. présentation et soutenance d'un dossier

3. Sans support présent :

- 3.1. compte rendu d'un événement dans l'entreprise, d'une visite de chantier, d'une réunion, d'un spectacle
- 3.2. prise de parole, discussion
- 3.3. jeu de rôles, simulation d'entretien

Critères d'évaluation

1. Adaptation à la situation :

maîtrise des contraintes de temps, de lieu, d'objectif.

2. Adaptation au destinataire :

- 2.1. choix des moyens d'expression appropriés (images, exemples, répétitions volontaires, usage du métalangage, formules de relations sociales, etc.)
- 2.2. prise en compte du discours et de l'attitude de l'interlocuteur (écouter, saisir les nuances, reformuler, s'adapter)

3. Organisation du message :

- 3.1. unité de sens (en rapport direct avec le sujet et la situation)
- 3.2. structure interne (déroulement chronologique, articulation logique, progression appropriée à l'objectif visé)

4. Contenu du message :

- 4.1. intelligibilité du message
- 4.2. précision des idées
- 4.3. pertinence des exemples
- 4.4. valeur de l'argumentation
- 4.5. netteté de la conclusion

TECHNIQUE α
La langue orale

Compétences caractéristiques

Être capable de :

- 1. Se faire entendre.
- 2. Adapter sa voix et son attitude aux contraintes de la situation.
- 3. Choisir et maîtriser le registre de langue approprié.
- 4. Utiliser un vocabulaire précis et varié.

5. Construire un message oral qui n'utilise les phatèmes (*) qu'avec sobriété.
6. Produire un message oral dont les éléments forment des productions achevées (**).

Situations possibles

- 1. Les mêmes que pour la capacité A.**
- 2. Certains exercices spécifiques pour apprendre à :**
 - 2.1. poser sa voix, articuler, contrôler le débit, varier l'intonation
 - 2.2. maîtriser le regard, les gestes, les mimiques
 - 2.3. utiliser l'espace
 - 2.4. respecter les contraintes de temps

Critères d'évaluation

- 1. Présence :**
 - 1.1. voix (articulation, débit, volume, intonation)
 - 1.2. regard
 - 1.3. attitude
 - 1.4. utilisation des documents
 - 1.5. spontanéité de la formulation (distance par rapport au message écrit)
- 2. Langue**
 - 2.1. registre (familier, courant, soutenu) adapté à la situation de communication et à l'auditoire
 - 2.2. lexique (précision, variété, emploi des phatèmes, etc.)
 - 2.3. structure syntaxique (phrases simples ou complexes, achevées ou non, etc.)

CAPACITÉ B

S'informer - Se documenter

Compétences caractéristiques

Être capable de :

- 1. Rechercher, c'est-à-dire :**
 - 1.1. maîtriser les outils et les techniques documentaires usuels
 - 1.2. établir une problématique de la recherche envisagée
 - 1.3. réduire un axe de recherche à des notions et à des mots clés
 - 1.4. fixer l'ordre des opérations documentaires

(*) Phatème : mot ou expression servant à établir ou à maintenir la communication orale : par exemple, « allo », « n'est-ce-pas ? », « d'accord », etc.

(**) En tenant compte de certaines spécificités de la langue orale.

2. Trier et traiter, c'est-à-dire :

- 2.1. identifier le support de l'information et en apprécier la pertinence
- 2.2. repérer une information dans un ensemble organisé ou non
- 2.3. sélectionner, selon un ou plusieurs critères, une information, une documentation
- 2.4. analyser, classer, ordonner informations et documents en fonction d'objectifs explicités
- 2.5. relativiser les informations en fonction de leur environnement (contextes et connotations)
- 2.6. préparer une conclusion

Situations possibles

Toute situation de recherche, de tri et de traitement d'informations (écrites, orales, visuelles) sur des ensembles organisés ou non.

1. Recherche méthodique sur un ensemble de notions à coordonner (par exemple, dans des dictionnaires, des encyclopédies).
2. Dépouillement et sélection d'informations en fonction d'une problématique.
3. Recherche d'exemples ou d'illustrations documentaires pour argumenter un point de vue (par exemple, en vue d'un exposé, d'un texte écrit).
4. Étude des effets « texte-image » sur l'information (à partir de la publicité, par exemple).
5. Élaboration d'une fiche de description analytique, critique (par exemple, sommaire d'un dossier).
6. « Relevé de conclusions » à partir de documents contradictoires.
7. Constitution d'un dossier.
8. Synthèse de documents de nature, d'époques, de points de vue différents.

Critères d'évaluation

1. Adéquation de la méthode de recherche à la situation.
2. Pertinence des choix opérés.
3. Cohérence de la production (classement et enchaînement des éléments).
4. Pertinence des conclusions en fonction des documents de référence.

CAPACITÉ C

Appréhender un message

Compétences caractéristiques

Être capable de :

1. S'interroger pour :

- 1.1. prendre en compte les caractères spécifiques du code (écrit, oral, iconique, gestuel) ou des codes employés
- 1.2. reconnaître le statut du texte (genre, tonalité, destinataire)
- 1.3. situer le message dans ses contextes (historique, linguistique, référentiel, idéologique, etc.)
- 1.4. discerner les marques d'énonciation
- 1.5. distinguer les éléments fondamentaux du message
- 1.6. percevoir les effets de sens dus au langage (ambiguïtés, connotations, figures de style, etc.)
- 1.7. mettre en relation les éléments d'un même ensemble ou des éléments appartenant à des ensembles différents
- 1.8. découvrir le système ou les systèmes de cohérence d'un message (chronologique, logique, symbolique, etc.)

2. Rendre compte de la signification globale d'un message

3. Restructurer un message à partir d'éléments donnés

Situations possibles

1. Lecture silencieuse d'un ou de plusieurs textes.
2. Étude comparée de textes.
3. Audition d'un message oral (revue de presse, exposé, discours argumenté, etc.).
4. Lecture d'images fixes isolées ou en séquences, lecture de films.
5. Lecture de documents écrits non textuels (organigramme, tableau de statistiques, schéma, graphique, diagramme, etc.).

Critères d'évaluation

Selon les situations :

1. Pertinence dans le relevé des éléments fondamentaux du message (exemples : idées, formes, structures, etc.) définis selon son ou ses système(s) de cohérence.
2. Exactitude, précision, cohérence dans l'analyse et la mise en relation de ces éléments.

3. Interprétation justifiée des moyens mis en œuvre dans le message (registre de langue, syntaxe, structure, système des connotations, figures, etc.).
4. Mise en perspective du message par rapport à son ou à ses contexte(s).
5. Fidélité à la signification globale du message.

CAPACITÉ D

Réaliser un message

Compétences caractéristiques

Être capable de :

1. Reconnaître les éléments constitutifs d'une situation de communication, notamment le destinataire.
2. Recenser les données d'un problème.
3. Se fixer des objectifs avant de formuler ou de rédiger un message (informer, expliquer, justifier, réfuter, convaincre, persuader).
4. Rassembler des éléments d'information et des moyens d'argumentation.
5.
 - 5.1. élaborer une idée à partir d'un fait, d'un exemple, d'un document ;
 - 5.2. développer des idées à partir d'une notion, d'une question, d'une idée donnée ;
 - 5.3. illustrer une idée à l'aide d'exemples, de citations, etc.
6. Organiser les données et les idées en fonction des objectifs retenus.
7. Choisir les moyens d'expression appropriés à la situation et au destinataire.
8. Nuancer, relativiser, si besoin, l'expression de sa pensée.
9. Donner, si besoin, un tour personnel à un message.

Situations possibles

Toutes les situations qui permettent la création d'un message, avec ou sans implication de l'émetteur, notamment :

1. Réponse à une demande, à une question.
2. Préparation d'un questionnaire.
3. Correspondance professionnelle, administrative.
4. Compte rendu d'un événement dans l'entreprise, d'une visite de chantier, d'une réunion, d'un spectacle.

5. Résumé.
6. Rapport.
7. Synthèse de documents.
8. Discours argumenté :
 - 8.1. exposé bref, entretien, préparés en temps limité avec ou sans support présent ;
 - 8.2. exposé (seul ou à plusieurs) ;
 - 8.3. commentaire de textes, développement composé, essai, etc.
9. Présentation et soutenance d'un dossier.

Critères d'évaluation

1. En toute situation :

- 1.1. compréhension du message par le destinataire
- 1.2. présentation matérielle adaptée au type de message
- 1.3. présence et exactitude des informations, des données, des notions requises par le sujet traité
- 1.4. organisation et cohérence du message
 - 1.4.1. unité de sens (en rapport direct avec le sujet et la situation)
 - 1.4.2. structure interne (déroulement chronologique, articulation logique, progression adaptée à l'objectif visé)

2. Selon les situations :

- 2.1. efficacité du message (densité du propos, netteté de la conclusion, etc.)
- 2.2. implication ou non de l'émetteur (attendue dans un rapport, proscrite dans un résumé, par exemple)
- 2.3. exploitation opportune des références culturelles, de l'expérience personnelle
- 2.4. originalité de l'écriture, du contenu

CAPACITÉ E

Apprécier un message ou une situation

Compétences caractéristiques

Être capable de :

1. Apprécier les données d'une situation vécue (événement, conduite, débat, etc.).
2. Évaluer l'intérêt, la pertinence, la cohérence, la portée d'un message (y compris de son propre message) ou de certains de ses éléments.
3. Justifier son point de vue.
4. Établir un bilan critique.

Situations possibles

1. Formulation d'un jugement critique après lecture, étude, audition, observation (voir situations évoquées en A, B, C, D).
2. Auto-évaluation.

Critères d'évaluation

1. En toute situation :

- 1.1. choix motivé et utilisation judicieuse des éléments de la situation ou du message examinés :
 - distinction entre l'essentiel et l'accessoire
 - recul par rapport au message ou à la situation
 - mise en perspective des éléments retenus
 - jugement critique
- 1.2. pertinence des arguments logiques et hiérarchisation de ces arguments

2. En situation d'auto-évaluation :

perception juste de l'effet produit sur autrui, de la valeur de sa prestation par rapport aux exigences requises.

TECHNIQUE B

La langue à l'écrit

Compétences caractéristiques

1. Rédiger un message dont la graphie soit lisible.
2. Maîtriser le lexique, la morphologie, l'orthographe, la syntaxe.
3. Produire un message où la ponctuation, les représentants (*) et les relations soient corrects.
4. Écrire un texte conformément aux exigences requises par la situation.

Situations possibles

1. Les situations de production de message écrit évoquées en D.
2. Certains exercices spécifiques pour apprendre à respecter les contraintes de la langue écrite (notamment en matière de syntaxe, d'orthographe, de ponctuation, de lexique).

(*) Représentants : mots qui renvoient à des références contextuelles : pronoms (personnels, démonstratifs, possessifs, relatifs, indéfinis), adjectifs (démonstratifs, possessifs, indéfinis), adverbes (exemples : *aussi, inversement*, etc.).

Critères d'évaluation (*)

Ces critères sont définis par les compétences caractéristiques énumérées ci-dessus.

FICHE D'ÉVALUATION
(à titre indicatif)

Nom :		Français - BTS :													
Prénom :															
A	Communiquer oralement														
α	Technique de la langue orale														
B	S'informer .Se documenter														
C	Appréhender un message														
D	Réaliser un message														
E	Apprécier un message ou une situation														
β	Technique de la langue à l'écrit														

(B.O. n° 21, 25 mai 1989)

(*) Ces critères revêtent une importance toute particulière pour les BTS du secteur tertiaire.

LANGUE ANGLAISE APPLIQUÉE À L'INFORMATIQUE ET À LA GESTION

UNITÉ U1.2

Objectifs

L'anglais est la langue véhiculaire de l'informatique sur le plan scientifique et au plan des contacts humains dans le cadre des échanges internationaux inhérents aux professions de l'informatique de gestion. Le développement et le renforcement des relations européennes font de la maîtrise de la langue anglaise une compétence indispensable. L'informaticien doit posséder une solide maîtrise de la langue tant de spécialité que de communication, tout particulièrement la langue écrite dans son activité professionnelle courante.

Compétences fondamentales

- z Compréhension écrite de documents professionnels tels que brochures et notes techniques, documentation de programmes, dossiers d'analyse, articles de la presse spécialisée, messages, etc.
- z Compréhension orale d'informations ou d'instructions à caractère professionnel.
- z Expression écrite : prise de notes, rédaction de résumés, de rapports, de messages, etc.
- z Expression orale techniques de base de la langue de communication, conversion simple de type professionnel ou non, y compris au téléphone.

Connaissances

- z Éléments linguistiques du programme de la classe terminale.
- z Morphologie et syntaxe caractéristiques de la langue utilisée dans la spécialité professionnelle.
- z Terminologie et prononciation du vocabulaire du domaine technologique de référence.
- z Éléments culturels des principaux pays utilisateurs de la langue anglaise : écriture des dates, des unités monétaires, des abréviations, jeux de caractères, ponctuation.

MATHÉMATIQUES

L'enseignement des mathématiques dans les sections de techniciens supérieurs Informatique de gestion se réfère aux dispositions de l'arrêté du 8 juin 2001 fixant les objectifs, les contenus de l'enseignement et le référentiel des capacités du domaine des mathématiques pour les brevets de technicien supérieur.

Les dispositions de cet arrêté sont précisées pour ce BTS de la façon suivante :

I - LIGNES DIRECTRICES

1) OBJECTIFS SPÉCIFIQUES À LA SECTION

L'étude de **phénomènes économiques** décrits mathématiquement par des suites ou des fonctions suivant qu'ils sont discrets ou continus, constitue un objectif essentiel de la formation des techniciens supérieurs en informatique de gestion. On est ainsi amené à résoudre des problèmes numériques nécessitant la mise en œuvre d'**algorithmes** qu'il s'agit de construire, de mettre en forme et dont on comparera éventuellement les performances. En outre, certains problèmes doivent être placés dans un contexte **aléatoire**.

D'une manière générale, **la recherche et la mise en œuvre d'algorithmes** en utilisant les **moyens informatiques** propres à la section sont au centre de cette formation.

2) ORGANISATION DES CONTENUS

C'est en fonction de ces objectifs que l'enseignement des mathématiques est conçu ; il peut s'organiser autour de **six pôles** :

- z une valorisation des **aspects numériques et graphiques** pour l'ensemble du programme et l'utilisation à cet effet des **moyens informatiques** appropriés : calculatrice programmable à écran graphique, ordinateur muni d'un tableur, de logiciels de calcul formel ou d'application (modélisation, simulation, etc.). On habituera les étudiants à la recherche et à la mise en œuvre des algorithmes signalés dans le programme ; aucune connaissance théorique sur ces algorithmes n'est exigible en mathématiques ;
- z une initiation aux **opérations logiques** nécessaires à l'enseignement de l'informatique ;
- z une étude du comportement global et asymptotique des **suites** et des **fonctions usuelles**, et une exploitation du **calcul différentiel et intégral** pour la résolution de **problèmes numériques** ;
- z une initiation au **calcul matriciel** ;
- z une initiation au **calcul des probabilités**, centrée sur la description des lois fondamentales, permettant de saisir l'importance des phénomènes aléatoires dans les sciences et techniques économiques ;
- z une initiation à la modélisation et à la résolution de problèmes à l'aide des **graphes**, à mener en étroite collaboration avec les enseignements de l'informatique et de la gestion.

3) ORGANISATION DES ÉTUDES

Pour favoriser l'entrée dans la vie professionnelle tout en veillant à l'adaptation aux évolutions scientifiques et technologiques et en permettant d'éventuelles poursuites d'études, l'enseignement des mathématiques comporte une partie obligatoire et une partie facultative.

Pour la partie **obligatoire**, l'horaire hebdomadaire est de 1 heure + 2 heures en première année et de 2 heures + 1 heure en seconde année.

Pour la partie **facultative**, l'horaire hebdomadaire est de 1 heure en première année et de 2 heures en seconde année.

II - PROGRAMME

1) Programme obligatoire

Le programme *obligatoire* de mathématiques est constitué des modules suivants :

Calcul des propositions et des prédicats, langage ensembliste, calcul booléen : cf. ci-après.

Suites numériques 1.

Fonction d'une variable réelle, à l'exception des fonctions circulaires et des paragraphes b) et c)

Calcul différentiel et intégral 1, où le TP 3 ne concerne que les calculs d'aires et de valeurs moyennes.

Calcul matriciel.

Graphes.

Statistique descriptive.

Calcul des probabilités 2.

2) Programme facultatif

Le programme *facultatif* de mathématiques est constitué des modules suivants :

Calcul différentiel et intégral 2, en se plaçant dans le cas de fonctions à valeurs réelles définies sur un intervalle I de \mathbf{R} et à l'exception du TP 2.

Dans le TP 1 les exemples seront issus, le plus souvent possible, de phénomènes rencontrés en économie.

Dans le TP 7 le nombre a est réel.

Le TP 9 ne concerne que des calculs d'aires et de valeurs moyennes.

Équations différentielles, à l'exception du paragraphe b) et du TP2 et du TP 3.

Le bandeau est remplacé par :

On s'attachera à relier les exemples étudiés à l'enseignement de l'économie en faisant sentir l'importance de l'étude de phénomènes continus définis par une *loi d'évolution* et une *condition initiale*.

Statistique inférentielle, à l'exception du TP 5.

Fiabilité, à l'exception du paragraphe c) et du TP 2.

CALCUL DES PROPOSITIONS ET DES PRÉDICATS, LANGAGE ENSEMBLISTE, CALCUL BOOLÉEN

1. Calcul des propositions et des prédicats

L'objectif est d'introduire quelques éléments de logique en liaison avec l'enseignement de l'informatique. Il s'agit d'une brève étude destinée à familiariser les élèves à une pratique élémentaire du calcul portant sur des énoncés. On n'abordera que l'aspect sémantique du calcul logique, l'aspect syntaxique n'est pas au programme.

a) Calcul propositionnel.
Proposition, valeur de vérité.
Connecteurs logiques :

négation (non P , $\neg P$, \bar{P}),
conjonction (P et Q , $P \wedge Q$),
disjonction (P ou Q , $P \vee Q$),
implication, équivalence.

b) Calcul des prédicats.
Variable, constante.
Quantificateurs \forall , \exists ,
Négation de $\forall x, p(x)$; négation
de $\exists x, p(x)$.

On dégagera les propriétés fondamentales des opérations ainsi introduites, de manière à déboucher ensuite sur un exemple d'algèbre de Boole.

On se limitera à des cas simples de prédicats portant sur une, deux ou trois variables.

On signalera l'importance de l'ordre dans lequel deux quantificateurs interviennent.

2. Langage ensembliste

Sans développer une théorie générale des ensembles, l'objectif est de consolider et de prolonger les acquis des élèves sur les ensembles et les applications, en liaison avec le calcul des probabilités et l'étude des fonctions d'une part et, d'autre part, avec l'enseignement de l'informatique et de la gestion.

a) Ensemble, appartenance, inclusion.
Ensemble P (E) des parties d'un ensemble E .
Complémentaire d'une partie, intersection et réunion de deux parties.
Les éléments x d'un ensemble E satisfaisant à une relation $p(x)$ constituent une partie de E .

Cela permet d'interpréter en termes ensemblistes l'implication, la conjonction et la disjonction de deux relations, ainsi que la négation d'une relation.

b) Produit cartésien de deux ensembles.

Cardinal de $E \times F$ dans le cas où E et F sont finis.

c) Application f d'un ensemble E dans un ensemble F .

Image d'une partie A de E ;

Image réciproque d'une partie B de F .

Injection, surjection, bijection.

Composition d'applications.

On dégagera les propriétés fondamentales des opérations introduites dans $P(E)$, de manière à déboucher ensuite sur un exemple d'algèbre de Boole.

On généralisera au cas du produit cartésien de n ensembles finis.

Il n'y a pas lieu de s'attarder sur ces notions qui sont exploitées dans d'autres parties du programme de mathématiques. Les exemples illustrant ce paragraphe seront choisis en liaison avec l'enseignement de l'informatique. On soulignera l'importance de la notion d'injection pour coder des informations et de la notion d'image réciproque pour effectuer des tris.

3. Calcul booléen

Cette brève étude est à mener en coordination étroite avec l'enseignement de l'informatique.

Il convient d'introduire la notion d'algèbre de Boole à partir des deux exemples précédents. Il s'agit essentiellement d'effectuer des calculs permettant de simplifier des expressions booléennes.

Définition d'une algèbre de Boole.

Propriétés des opérations, lois de Morgan.

On adoptera les notations \bar{a} , $a + b$, ab .

Travaux pratiques

1° Exemples simples de calculs portant sur des énoncés.

On se limitera à des cas simples où l'utilisation des tables de vérité ou de propriétés élémentaires permet de conclure sans excès de technicité.

2° Traduire une instruction de boucle à l'aide de connecteurs logiques.

L'évaluation de cette activité relève de l'enseignement de l'informatique.

3° Exemples simples de calculs portant sur des variables booléennes.

On se limitera à des cas simples, comportant au plus trois variables booléennes, où l'utilisation de tableaux de Karnaugh ou de propriétés algébriques élémentaires permet de conclure sans excès de technicité.

On signalera l'intérêt des connecteurs non-ou (nor), non-et (nand).

SUITES NUMÉRIQUES 1

Les suites sont un outil indispensable pour l'étude des "phénomènes discrets", et c'est à ce titre qu'elles font l'objet d'une initiation. Aucune difficulté théorique ne doit être soulevée à leur propos.

Le programme se place dans le cadre des suites définies pour tout entier naturel ou pour tout entier naturel non nul.

a) Comportement global : suites croissantes, suites décroissantes.

b) Langage des limites :

Limite des suites de terme général n, n^2, n^3, \sqrt{n} .

Limite des suites de terme général

$$\frac{1}{n}, \frac{1}{n^2}, \frac{1}{n^3}, \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Introduction du symbole alors

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

$$n \rightarrow +\infty$$

Si une fonction f admet une limite l en $+\infty$, alors la suite $u_n = f(n)$ converge vers l .

Énoncés usuels sur les limites (admis).

Comparaison, compatibilité avec l'ordre.

Somme, produit, quotient.

Limite et comportements asymptotiques comparés des suites $(\ln n)$; (a^n) , a réel strictement positif ; (n^p) , p entier.

L'étude des limites par (A, M) et par (ϵ, N) est hors programme.

L'étude des suites de référence ci-contre et, plus largement, des suites $u_n = f(n)$ est à mener en liaison étroite avec celle des fonctions correspondantes.

Ces énoncés sont calqués sur ceux relatifs aux fonctions. Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur présentation : l'objectif est d'apprendre aux étudiants à les mettre en œuvre sur des exemples simples.

Travaux pratiques

1° Exemples d'étude de situations relevant de suites arithmétiques ou géométriques.

On privilégiera les situations issues de la vie économique et sociale ou de la technologie.

Mis à part le cas des suites arithmétiques ou géométriques, l'étude d'une suite définie par son premier terme et une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ est hors programme.

2° Exemples d'étude du comportement de suites de la forme $u_n = f(n)$ (encadrement, monotonie, limite).

On se limitera à des cas simples.

Il s'agit notamment de pouvoir étudier et comparer, sur certains modèles mathématiques, la tendance à long terme d'un phénomène.

FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE

On se place dans le cadre des *fonctions à valeurs réelles ou complexes, définies sur un intervalle de \mathbb{R}* , qui servent à modéliser mathématiquement des "phénomènes continus". Les étudiants devront savoir traiter les situations qui se prêtent à une telle modélisation.

On consolidera les acquis sur les fonctions en tenant compte, notamment sur les limites, des programmes de mathématiques suivis antérieurement par les étudiants.

Ce module de programme énumère les fonctions intervenant dans les autres modules d'analyse, modules où figurent les rubriques de travaux pratiques concernant ces fonctions.

En particulier dans l'ensemble de ces modules, on utilisera largement les moyens informatiques (calculatrice, ordinateur), qui permettent notamment de faciliter la compréhension d'un concept ou d'une méthode en l'illustrant graphiquement, numériquement ou dans un contexte lié à la spécialité considérée, sans être limité par d'éventuelles difficultés techniques.

Les calculs à la main, nécessaires pour développer la maîtrise des méthodes figurant au programme, ont leur cadre défini dans les rubriques de travaux pratiques, le plus souvent dans la colonne de commentaires.

Le champ des fonctions étudiées se limite aux fonctions usuelles suivantes :

a) Fonctions en escalier, fonctions affines par morceaux, fonction exponentielle $t \mapsto \exp t$ ou $t \mapsto e^t$, fonction logarithme népérien $t \mapsto \ln t$, fonctions puissances $t \mapsto t^\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{R}$, fonctions circulaires, fonctions qui se déduisent de façon simple des précédentes par opérations algébriques ou par composition.

Comparaison des fonctions exponentielle, puissances et logarithme au voisinage de $+\infty$.

Les représentations graphiques doivent jouer un rôle important.

Selon les besoins des autres disciplines (chimie, acoustique, etc.) on pourra mentionner la fonction logarithme décimal $x \mapsto \log x$, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL 1

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles définies et régulières (c'est-à-dire admettant des dérivées à un ordre quelconque) sur un intervalle I de \mathbb{R} .

Il n'y a pas lieu de reprendre la présentation du concept de dérivée. On s'assurera que les étudiants connaissent les interprétations géométrique et cinématique de la dérivée en un point.

On consolidera et on approfondira les acquis de terminale technologique sur la pratique du calcul des dérivées.

Dans le cas de deux variables t et x liées par une relation fonctionnelle $x = f(t)$, on introduira la notation différentielle $df = f'(t)dt$; on donnera son interprétation graphique et on montrera l'intérêt de la différentielle pour les problèmes d'approximation. Aucune difficulté ne doit être soulevée sur le statut mathématique de la notion de différentielle.

Le concept d'intégrale sera introduit sans soulever de problème théorique.

a) Primitives

Définition. Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante.

Primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées ; primitives des fonctions de la forme

$x \mapsto g'(ax+b)$, $(\exp g)g'$ et $g^\alpha g'$,
où $\alpha \neq -1$, g'
 $\frac{1}{g}$ où g est à valeurs strictement positives

L'existence des primitives est admise.

b) Intégrale

Étant donné f et un couple (a, b) de points de I , le nombre $F(b) - F(a)$, où F est une primitive de f , est indépendant du choix de F . On l'appelle intégrale de a à b de f et on le note

$$\int_a^b f(t)dt.$$

Dans le cadre de fonctions positives, interprétation graphique de l'intégrale à l'aide d'une aire.

Étant donné un point a de I , la fonction

$x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est l'unique primitive de f sur I prenant la valeur zéro au point a .

Propriétés de l'intégrale :

zRelation de Chasles.

zLinéarité.

zPositivité : si $a \leq b$ et $f \geq 0$, alors

$$\int_a^b f(t)dt \geq 0 ;$$

Aucune théorie sur la notion d'aire n'est au programme. On admettra son existence et ses propriétés élémentaires.

Les étudiants doivent connaître l'aire des domaines usuels : rectangle, triangle, trapèze.

Il conviendra d'interpréter, chaque fois qu'il est possible, les propriétés de l'intégrale en termes d'aire.

intégration d'une inégalité.

z Inégalité de la moyenne : si $a \leq b$ et $m \leq f \leq M$, alors

$$m(b - a) \leq \int_a^b f(t) dt \leq M(b - a).$$

Travaux pratiques

1° Exemples d'emploi du calcul différentiel pour la recherche d'extremums, l'étude du sens de variation et le tracé des représentations graphiques des fonctions.

Les exemples seront issus, le plus souvent possible, de l'étude de phénomènes rencontrés en sciences physiques, en biologie, en économie ou en technologie.

On se limitera aux situations qui se ramènent au cas des fonctions d'une seule variable.

Pour la détermination d'une fonction, on pourra être amené à résoudre un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss. Il convient de ne pas abuser des problèmes centrés sur l'étude traditionnelle de fonctions définies par une formule donnée *a priori*, dont on demande de tracer la courbe représentative. Toute étude de branche infinie, notamment la mise en évidence d'asymptote, devra comporter des indications sur la méthode à suivre.

2° Exemples de calcul d'intégrales à l'aide de primitives.

Les étudiants doivent savoir reconnaître si un exemple donné de fonction est de l'une des formes figurant au programme. Mis à part le cas de primitives de la forme précédente, tout calcul de primitive devra comporter des indications sur la méthode à suivre.

On pourra montrer l'intérêt d'exploiter les propriétés des fonctions périodiques, des fonctions paires et des fonctions impaires, mais toute formule de changement de variable est hors programme.

3° Exemples de calcul d'aires, de valeurs moyennes.

On pourra aussi, selon la spécialité, proposer des exemples de détermination de centres d'inertie, de calcul de moments d'inertie et de calcul de valeurs efficaces.

4° Exemples de mise en œuvre d'algorithmes d'approximation d'une intégrale.

L'objectif est de familiariser les étudiants à un certain savoir-faire concernant quelques méthodes élémentaires (point-milieu, trapèzes), mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

CALCUL MATRICIEL

Il s'agit d'une initiation au langage matriciel, s'appuyant sur l'observation de certains phénomènes issus de la vie courante ou de l'économie. On cherche principalement à introduire un mode de représentation facilitant l'étude de tels phénomènes, sans qu'il soit utile de faire intervenir le concept d'application linéaire. On utilisera largement les moyens informatiques, les calculs à la main étant limités aux cas les plus élémentaires servant à introduire les opérations sur les matrices.

Matrices.

Une matrice est introduite comme un tableau de nombres permettant de représenter une situation comportant plusieurs "entrées" et "sorties".

Calcul matriciel élémentaire : addition, multiplication par un nombre, multiplication.

Le choix de la définition de chaque opération portant sur les matrices s'appuie sur l'observation de la signification du tableau de nombres ainsi obtenu.

Travaux pratiques

1° Calcul de sommes et de produits de matrices.

La notion de matrice inverse est hors programme.

GRAPHES

Cette initiation aux graphes orientés doit être menée en étroite concertation avec les enseignements de l'informatique et de la gestion où cette étude est poursuivie.

L'objectif est d'introduire et de mettre en œuvre, dans des situations concrètes très élémentaires et sans théorie générale, des algorithmes permettant de résoudre les problèmes figurant dans la rubrique de travaux pratiques.

Modes de représentation d'un graphe orienté : représentation géométrique, tableau des successeurs ou des prédécesseurs, matrice adjacente (booléenne).
Chemin, circuit, boucle, chemin hamiltonien.
Arborescence.

La définition d'un graphe orienté n'est pas au programme.

La notion de connexité étant hors programme, on se limitera à la présentation d'exemples simples d'arborescences à partir de leur représentation géométrique, sans recherche d'une caractérisation générale.

Longueur d'un chemin, chemin optimal.

On observera l'importance du résultat : tout sous-chemin d'un chemin optimal est optimal.

Travaux pratiques

1° Exemples de mise en œuvre d'algorithmes permettant d'obtenir pour un graphe :

- les chemins de longueur p ;
- la fermeture transitive ;
- les niveaux, dans le cas d'un graphe sans circuit ;
- les chemins de valeur minimale (ou le cas échéant de valeur maximale).

À partir d'exemples très élémentaires et sans introduire une théorie générale, on montrera l'intérêt des méthodes matricielles mettant en œuvre l'addition et la multiplication booléennes des matrices adjacentes.

Dans une évaluation en mathématiques, tout énoncé relatif à ces algorithmes doit comporter des indications sur la méthode à suivre.

2° Exemples de résolution de problèmes d'ordonnement par la méthode des potentiels ou la méthode PERT.

Il s'agit d'un premier contact avec des méthodes largement utilisées en gestion ; ces méthodes ne peuvent faire l'objet d'aucune évaluation en mathématiques.

STATISTIQUE DESCRIPTIVE

Il s'agit de consolider et d'approfondir les connaissances acquises les années antérieures. On s'attachera, d'une part, à étudier des situations issues de la technologie et, d'autre part, à relier cet enseignement à celui de l'économie et de gestion.

a) Séries statistiques à une variable :

- Méthodes de représentation.
- Caractéristiques de position (médiane, moyenne).
- Caractéristiques de dispersion (interquantiles, variance, écart-type).

b) Séries statistiques à deux variables :

- Tableaux d'effectifs.
- Nuage de points ; point moyen. Ajustement affine (méthode graphique ; méthode des moindres carrés, droites de régression).
- Coefficient de corrélation linéaire.

Il s'agit, d'une part de préciser la signification de chaque caractéristique, d'autre part d'associer la précision des résultats numériques obtenus (à l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur) à la précision sur les données et à la méthode mise en œuvre, notamment dans le cas où les classes sont définies par des intervalles.

Pour l'ajustement affine, on distinguera liaison entre deux variables statistiques et relation de cause à effet.

Pour la méthode des moindres carrés, on fera observer que l'on crée une dissymétrie entre les deux variables statistiques qui conduit, suivant le problème à résoudre, à privilégier l'une des deux droites.

Travaux pratiques

1° Étude de séries statistiques à une variable.

On interprétera les résultats obtenus.

2° Exemples d'étude de séries statistiques à deux variables.

En fournissant aux étudiants des indications sur la marche à suivre, on pourra, d'une part étudier quelques exemples d'ajustement qui, par un changement de variable simple, se ramènent à un ajustement affine, d'autre part, à propos des séries chronologiques, procéder à un lissage obtenu, par exemple, par la méthode des moyennes mobiles, avant d'effectuer, si nécessaire, un ajustement affine ; mais aucune connaissance sur ces démarches n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

CALCUL DES PROBABILITÉS 2

Il s'agit d'une initiation aux phénomènes aléatoires où toute ambition théorique et toute technicité sont exclues. L'objectif est que les étudiants sachent traiter quelques problèmes simples concernant des variables aléatoires dont la loi figure au programme. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, que l'on pourra étudier en liaison avec les enseignements des disciplines professionnelles.

a) Probabilités sur les ensembles finis :
Vocabulaire des événements, probabilité.
Probabilité conditionnelle, événements indépendants. Cas d'équiprobabilité.

Notation $n!$. Combinaisons.

Loi faible des grands nombres.

b) Variables aléatoires discrètes à valeurs réelles : Loi de probabilité.

Espérance mathématique, variance, écart type.
Indépendance de deux variables aléatoires.

Espérance mathématique de $aX + b$, de $X + Y$ et de $X - Y$;
variance de $aX + b$, de $X + Y$ et de $X - Y$ dans le cas où X et Y sont indépendantes.
Loi binomiale, loi de Poisson.

c) Variables aléatoires continues à valeurs réelles :
Fonction de répartition et densité de probabilité.
Espérance mathématique, variance, écart type.
Loi normale.

L'ensemble des événements sera pris égal à l'ensemble de toutes les parties de Ω .

Ces notions sont introduites pour présenter la loi binomiale. Les calculs de dénombrement ne sont pas un objectif du programme.

Il s'agit de faire comprendre aux étudiants le lien entre statistiques et probabilités. Une approche expérimentale et un énoncé rudimentaire suffisent.

Aucune difficulté théorique ne sera soulevée sur les variables aléatoires.
On pourra utiliser la notation Σ , mais aucune connaissance à son sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

L'exemple de la loi normale est suffisant. On pourra, en vue de l'étude de la fiabilité, présenter la loi exponentielle.

On sera amené à utiliser les notations $\int_a^{+\infty} f(t)dt$, $\int_{-\infty}^a f(t)dt$, $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt$, mais

aucune connaissance sur les intégrales impropres n'est exigible en calcul de probabilités.

Si X et Y sont des variables aléatoires indépendantes qui suivent des lois normales :

z les variables $aX + b$, $X + Y$ et $X - Y$ suivent des lois normales ;

z formules donnant l'espérance mathématique et la variance de $aX + b$, de $X + Y$ et de $X - Y$, dans le cas où X et Y sont indépendantes.

d) Théorème de la limite centrée : approximation par une loi normale de la somme de n variables indépendantes, de même loi et de variance finie.

Distribution d'échantillonnage asymptotique de la moyenne et de la fréquence empirique.

e) Approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson. Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.

Le résultat est admis.

Les formules sont admises.

Les résultats sont admis, mais l'outil informatique peut permettre des approches expérimentales.

Aucune connaissance sur les critères d'approximation n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques. Les étudiants doivent savoir déterminer les paramètres. Il conviendra de mettre en évidence la raison d'être de la correction de continuité lors de l'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ; toutes les indications seront fournies.

Travaux pratiques

1° Calcul de probabilités portant sur l'union et sur l'intersection de deux événements.

2° Étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi binomiale.

3° Exemples d'étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi de Poisson.

On ne traitera que quelques exemples très simples de probabilités conditionnelles.

L'énoncé des critères permettant l'utilisation de la loi binomiale est exigible.

4° Exemples d'étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi normale.

5° Exemples d'étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi binomiale que l'on approche par une loi de Poisson ou une loi normale.

Aucune connaissance sur l'interpolation affine avec la table de la loi normale centrée réduite n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL 2

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles ou complexes définies sur un intervalle I de \mathbb{R} .

Il n'y a pas lieu de reprendre la présentation des concepts de dérivée et d'intégrale, et aucune difficulté théorique ne doit être soulevée à ce sujet. Les interprétations géométrique et cinématique de la dérivée en un point doivent être connues.

On consolidera et on approfondira les acquis de terminale technologique sur la pratique du calcul des dérivées et des primitives.

Dans le cas de deux variables t et x liées par une relation fonctionnelle $x = f(t)$, on introduira la notation différentielle $df = f'(t)dt$; on donnera son interprétation graphique et on montrera l'intérêt de la différentielle pour les problèmes d'approximation. Aucune difficulté ne sera soulevée sur le statut mathématique de la notion de différentielle.

Pour l'intégration, sauf cas indispensable (pour lequel aucune difficulté théorique ne sera soulevée) on se limitera, comme en terminale technologique, au cas de fonctions dérivables.

Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme ; on admettra son existence et ses propriétés élémentaires.

Les exemples de calculs d'approximation cités dans le programme n'ont d'autre but que d'exercer les étudiants à mettre en œuvre, sur des exemples simples, une démarche algorithmique qui puisse être facilement interprétée graphiquement.

a) Étant donné un point a de I et une fonction f dérivable sur I , la fonction

$x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est l'unique primitive de f

sur I prenant la valeur zéro au point a .

Propriétés de l'intégrale :

▀ Relation de Chasles.

▀ Linéarité.

▀ Positivité : si $a \leq b$ et $f \geq 0$, alors

$$\int_a^b f(t)dt \geq 0 ;$$

intégration d'une inégalité ;

$$\text{inégalité } \left| \int_a^b f(t)dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt.$$

▀ Inégalité de la moyenne : si $a \leq b$ et $m \leq f \leq M$, alors

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(t)dt \leq M(b-a) ;$$

Il conviendra d'interpréter, chaque fois qu'il est possible, ces propriétés en termes d'aire.

On ne soulèvera aucune difficulté théorique à propos de l'existence de l'intégrale

$$\int_a^b |f(t)| dt.$$

de même, si $a \leq b$ et si $|f'| \leq k$, alors

$$\int_a^b |f(t)| dt \leq k(b-a).$$

z Inégalité des accroissements finis :
 si $a \leq b$ et si $|f'| \leq k$, alors $|f(b) - f(a)| \leq k(b-a)$.

b) Intégration par parties.

c) Intégration par changement de variable.

d) Illustration de l'emploi du calcul intégral pour l'obtention de majorations et d'encadrements, à l'aide d'exemples.

e) Emploi de majorations tayloriennes pour l'obtention du développement limité au voisinage de 0 de la fonction $t \mapsto \exp t$.

Développements limités des fonctions :
 $t \mapsto \ln(1+t)$, $t \mapsto (1+t)^\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{R}$,
 $t \mapsto \sin t$ et $t \mapsto \cos t$.

f) Dérivée et primitives d'une fonction à valeurs complexes.

Les théorèmes d'existence (théorème de Rolle, formule des accroissements finis) et la formule de Taylor sont hors programme.

On s'appuiera sur les exemples $t \mapsto t+b$ et $t \mapsto at$, où a et b sont des nombres réels, qui donnent lieu à une interprétation graphique, pour présenter sans justification théorique d'autres cas où le changement de variable est donné.

On se limitera à des exemples très simples et des indications pour l'encadrement de la fonction à intégrer devront être fournies.

Le résultat sera démontré, jusqu'à l'ordre 3.

Ces résultats seront admis.

Pour ces notions, on se limitera aux fonctions $t \mapsto e^{at}$, avec $a \in \mathbb{C}$.

Travaux pratiques

1° Exemples d'emploi du calcul différentiel pour la recherche d'extremums, l'étude du sens de variation et le tracé des représentations graphiques des fonctions.

Les exemples seront issus, le plus souvent possible, de l'étude de phénomènes rencontrés en sciences physiques, en biologie, en économie ou en technologie.

On se limitera aux situations qui se ramènent au cas des fonctions d'une seule variable.

2° Exemples de tracé de courbes planes définies par une représentation paramétrique $x = f(t)$, $y = g(t)$.

3° Exemples simples d'emploi des développements limités pour l'étude locale des fonctions.

4° Exemples de recherche des solutions d'une équation numérique, et de mise en œuvre d'algorithmes d'approximation d'une solution à l'aide de suites.

5° Calcul d'une primitive figurant au formulaire officiel ou s'en déduisant par un changement de variable du type $t \mapsto t + b$ et $t \mapsto at$.

6° Calcul d'une primitive d'une fonction rationnelle dans le cas de pôles simples.

Pour la détermination d'une fonction, on pourra être amené à résoudre un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss. Il convient de ne pas abuser des problèmes centrés sur l'étude traditionnelle de fonctions définies par une formule donnée *a priori*, dont on demande de tracer la courbe représentative. Toute étude sur le comportement asymptotique d'une fonction devra comporter des indications sur la méthode à suivre.

On privilégiera les exemples liés aux autres enseignements (mouvement d'un point, signaux électriques, modélisation géométrique, etc.). Les étudiants doivent savoir déterminer la tangente en un point où le vecteur dérivé n'est pas nul. Aucune connaissance sur l'étude des points singuliers et des branches infinies n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

Les étudiants doivent savoir utiliser, sur des exemples simples de développements limités, les opérations addition, multiplication et intégration. Pour la composition, des indications sur la méthode à suivre devront être fournies.

Sur des exemples, on mettra en œuvre quelques méthodes classiques: dichotomie, méthode de la corde (Lagrange), méthode de la tangente (Newton). Aucune connaissance spécifique sur celles-ci n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

On pourra montrer l'intérêt d'exploiter dans le calcul intégral les propriétés des fonctions périodiques, des fonctions paires et des fonctions impaires.

Dans le cas où il y a des pôles multiples, des indications doivent être données sur la méthode à suivre.

7° Calcul d'une primitive d'une fonction exponentielle-polynôme (de la forme $t \mapsto e^{at} P(t)$ où a est un nombre complexe et où P est un polynôme).

8° Exemples de calcul d'intégrales.

9° Exemples de calcul d'aires, de volumes, de valeurs moyennes, de valeurs efficaces.

10° Exemples de mise en œuvre d'algorithmes d'approximation d'une intégrale.

Les étudiants devront savoir traiter les cas qui s'y ramènent simplement par linéarisation.

Tout excès de technicité est à éviter pour le calcul des primitives.

On pourra aussi, selon la spécialité, proposer des exemples de détermination de centres d'inertie et de calcul de moments d'inertie.

L'objectif est de familiariser les étudiants avec quelques méthodes élémentaires (point-milieu, trapèzes), mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

On s'attachera à relier les exemples étudiés avec les enseignements de physique, mécanique et technologie, en faisant saisir l'importance de l'étude de phénomènes continus définis par une loi d'évolution et une condition initiale, et en faisant ressortir la signification ou l'importance de certains paramètres ou phénomènes : stabilité, oscillation, amortissement, fréquences propres, résonance, etc.

a) Résolution des équations linéaires du premier ordre
 $a(t)x'(t) + b(t)x(t) = c(t)$.

On se placera dans le cas où a, b, c sont des fonctions dérivables à valeurs réelles et on cherchera les solutions sur un intervalle où a ne s'annule pas.

b) Résolution des équations linéaires du second ordre à coefficients réels constants, dont le second membre est une fonction exponentielle-polynôme $t \mapsto e^{at} P(t)$, où $a \in \mathbb{C}$.

Travaux pratiques

1° Résolution d'équations différentielles linéaires du premier ordre.

Pour les TP 1° et 2°.
– il s'agit uniquement d'équations différentielles dont le type est précisé ci-dessus ;
– toutes les indications permettant d'obtenir une solution particulière seront données.

2° Résolution d'équations différentielles linéaires du second ordre.

3° Exemples simples de résolution d'équations différentielles non linéaires, du premier ordre à variables séparables.

On privilégiera les exemples issus de la cinétique chimique. Aucune connaissance sur ce TP n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

STATISTIQUE INFÉRENTIELLE

Sous l'impulsion notamment du mouvement de la qualité, les méthodes statistiques sont aujourd'hui largement utilisées dans les milieux économique, social ou professionnel. Des procédures plus ou moins élaborées sont mises en œuvre, par exemple dans l'analyse des résultats d'expériences sur le vivant, les sondages, la maîtrise statistique des procédés, la fiabilité, les plans d'expériences. Des logiciels spécialisés exécutent automatiquement les calculs, suivant les normes AFNOR ou ISO.

Au-delà de l'exécution d'algorithmes ou de calculs dont le sens peut échapper, l'objectif essentiel de ce module est d'initier les étudiants, sur quelques cas simples, au raisonnement et méthodes statistiques et à l'interprétation des résultats obtenus.

Il s'agit de faire percevoir, à partir d'exemples figurant au programme, ce que sont les procédures de décision en univers aléatoire, ainsi que leur pertinence. Pour cela, la réalisation de simulations dans le cadre du modèle probabiliste de référence peut fournir un éclairage intéressant.

On soulignera que la validité d'une méthode statistique est liée à l'adéquation entre la réalité et le modèle la représentant.

On évitera les situations artificielles et on privilégiera les exemples issus de la vie économique et sociale ou du domaine professionnel, en liaison avec les enseignements d'autres disciplines ; dans le cadre de cette liaison, on pourra donner quelques exemples d'autres procédures que celles figurant au programme de mathématiques (par exemple utilisation de la droite de Henry, du test du X^2 , de la loi de Student), en privilégiant les aspects qualitatifs, mais aucune connaissance à leur sujet n'est exigible dans le cadre de ce programme.

On se placera dans le cadre d'échantillons considérés comme réalisations de variables aléatoires indépendantes.

a) Estimation ponctuelle d'un paramètre :

- fréquence ;
- moyenne et écart type.

Une illustration qualitative succincte des notions de biais et de convergence d'un estimateur peut être proposée, mais toute étude mathématique de ces qualités est hors programme.

b) Estimation par un intervalle de confiance d'un paramètre :

- fréquence dans le cas d'une loi binomiale approximable par une loi normale ;
- moyenne, dans le cas d'une loi normale quand son écart type est connu ou dans le cas de grands échantillons.

On distinguera confiance et probabilité :

- avant le tirage d'un échantillon, la procédure d'obtention de l'intervalle de confiance a une probabilité $1 - \alpha$ que cet intervalle contienne le paramètre inconnu.

- après le tirage, le paramètre est dans l'intervalle calculé avec une confiance $1 - \alpha$.

c) Test d'hypothèse :

- relatifs à une fréquence p , dans le cas d'une loi binomiale approximable par une loi normale,
- tester $p=p_0$ contre $p > p_0$, contre $p < p_0$;
- tester $p=p_0$ contre $p \neq p_0$;

La taille n de l'échantillon sera suffisamment grande ($n \geq 30$). On soulignera que la décision prise, rejet ou acceptation, dépend des choix faits *a priori* par l'utilisateur : choix de l'hypothèse nulle, choix du seuil de signification.

- relatifs à une moyenne m , dans le cas de la loi normale, tester $m = m_0$ contre $m > m_0$, contre $m < m_0$;
- tester $m = m_0$ contre $m \neq m_0$;
- comparaison de deux proportions ou de deux moyennes.

Travaux pratiques

1° Estimation ponctuelle et par intervalle de confiance de la fréquence, dans le cas d'une loi binomiale connue, à partir d'échantillons simulés.

La connaissance *a priori* de la loi sous-jacente permet de comparer le paramètre réel et les estimations obtenues à partir des échantillons. Aucune connaissance sur ce TP n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

2° Estimation ponctuelle et par intervalle de confiance de fréquences. Estimation ponctuelle de moyennes, d'écart types et estimation par intervalle de confiance de moyennes, dans des situations relevant de la loi normale.

Quand n est grand, le théorème de la limite centrée étend la procédure mise au point pour les échantillons gaussiens à des cas plus généraux.

3° Construction et utilisation de tests :
 – unilatéraux et bilatéraux relatifs à une fréquence ;
 – unilatéraux et bilatéraux relatifs à une moyenne dans des situations relevant de la loi normale.

La construction d'un test comporte le choix des hypothèses nulle et alternative, la détermination de la région critique et l'énoncé de la règle de décision.

4° Construction et utilisation de tests de comparaison de deux proportions ou de deux moyennes.

Cette comparaison peut permettre, par exemple, d'apprécier une éventuelle amélioration dans un processus de fabrication.

5° Exemples d'utilisation de la droite de Henry, du test du X^2 , du test de Student (cas des petits échantillons).

Ce TP n'est à réaliser, en entier ou en partie, qu'en liaison avec les enseignants des disciplines professionnelles et seulement si, dans celles-ci, ces procédures sont utilisées. Aucune connaissance à son sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.

FIABILITÉ

Sous l'impulsion notamment du mouvement de la qualité, les méthodes statistiques sont aujourd'hui largement utilisées dans les milieux économique, social ou professionnel. Des procédures plus ou moins élaborées sont mises en œuvre, par exemple dans l'analyse des résultats d'expériences sur le vivant, les sondages, la maîtrise statistique des procédés, la fiabilité, les plans d'expériences. Des logiciels spécialisés exécutent automatiquement les calculs, suivant les normes AFNOR ou ISO.

L'objectif essentiel de ce module, au-delà de l'exécution des algorithmes ou des calculs correspondants, est d'amener les étudiants à prendre du recul vis-à-vis des méthodes utilisées.

On évitera les situations artificielles et on privilégiera les exemples issus du domaine professionnel, en liaison avec les enseignements d'autres disciplines.

a) Notions de fonction de fiabilité, de fonction de défaillance, de taux d'avarie (ou de mort), moyenne des temps de bon fonctionnement (MTBF).

b) Loi exponentielle.

c) Loi de Weibull.

La MTBF est définie comme l'espérance mathématique de la durée de vie.

Travaux pratiques

1° Exemples d'étude de fiabilité et d'estimation de paramètres dans le cas de la loi exponentielle. Représentation des données en utilisant le papier semilogarithmique.

2° Exemples d'étude de fiabilité et d'estimation de paramètres dans le cas de la loi de Weibull.

3° Exemples d'étude de la disponibilité d'un système où le taux de défaillance et le taux de réparation sont constants.

On montrera que l'utilisation de papier de Weibull permet d'obtenir une estimation des paramètres de cette loi, à partir de la fonction de répartition empirique. (L'utilisation de logiciels *ad hoc* donne directement une estimation optimale des mêmes paramètres et permet, en outre, d'obtenir un intervalle de confiance).

Le problème de l'adéquation de données empiriques à un modèle est hors programme.

Ce TP n'est à réaliser, en entier ou en partie, qu'en liaison avec les enseignants des disciplines professionnelles et seulement si, dans celles-ci, ces procédures sont utilisées.

Aucune connaissance à son sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.